

Klammern auflösen - Plusklammer und Minusklammer

1. Aufgabe – Rechne aus!

a	$34 + (25 + 17) = 76$	d	$45 + 230 + (78 + 13) = 366$
	$34 + 25 + 17 = 76$		$45 + 230 + 78 + 13 = 366$
b	$120 + (49 - 23) = 94$	e	$11 + (27 + 33 - 56) = 15$
	$120 + 49 - 23 = 94$		$11 + 27 + 33 - 56 = 15$
c	$99 + (120 + 66) = 285$	f	$20 + (77 - 64 + 20) = 53$
	$99 + 120 + 66 = 285$		$20 + 77 - 64 + 20 = 53$

Steht ein „+“ Zeichen vor einer Klammer, kann man die Klammer weglassen ohne dass sich das Ergebnis ändert.

Eine solche Klammer mit einem „+“ nennen wir auch **Plusklammer**.

2. Aufgabe – Rechne aus!

a	$34 - (25 + 17) =$ geht nicht	c	$45 + 230 - (78 - 13) = 210$
	$34 - 25 + 17 = 26$		$45 + 230 - 78 - 13 = 184$
	$34 - 25 - 17 =$ geht nicht		$45 + 230 - 78 + 13 = 210$
b	$120 - (49 - 23) = 94$	d	$11 - (27 + 33 - 56) = 7$
	$120 - 49 - 23 = 48$		$11 - 27 + 33 - 56 =$ geht nicht
	$120 - 49 + 23 = 94$		$11 - 27 - 33 + 56 = 7$ (Wenn man zuerst $11 + 56$ rechnet)

Steht ein „-“ Zeichen vor einer Klammer, muss man die Vorzeichen in der Klammer umdrehen, wenn man die Klammer weglassen will.

Eine solche Klammer mit einem „-“ nennen wir auch **Minusklammer**.

Klammern auflösen - Plusklammer und Minusklammer

3. Aufgabe - Schreibe zunächst ohne Klammern und rechne dann aus!

a	$236 - (45 + 15) = 236 - 45 - 15 = 176$
b	$170 - (120 - 30) = 170 - 120 + 30 = 80$
c	$(35 - 25) + (67 - 23) = 35 - 25 + 67 - 23 = 54$
d	$58 + (32 - 23) = 58 + 32 - 23 = 67$
e	$99 - (98 - 97) = 99 - 98 + 97 = 98$
f	$111 - (99 + 11) - 1 = 111 - 99 - 11 - 1 = 0$
g	$209 - (180 - 21) + 50 = 209 - 180 + 21 + 50 = 100$

4. Aufgabe - Schreibe zunächst ohne Klammern und rechne dann aus!

a	$128 - (125 - 117) + 98 = 128 - 125 + 117 + 98 = 218$
b	$230 + (100 + 56 - 23) - 10 = 230 + 100 + 56 - 23 - 10 = 353$
c	$30 + (120 + 88) - (100 - 98) = 30 + 120 + 88 - 100 + 98 = 236$
d	$201 - (58 - 57) + (24 - 23) = 201 - 58 + 57 + 24 - 23 = 201$
e	$47 + (23 - 19) - (49 - 19) = 47 + 23 - 19 - 49 + 19 = 21$
f	$66 + (105 - 25) + (77 - 23) = 66 + 105 - 25 + 77 - 23 = 200$
g	$98 + (99 - 19) + 102 = 98 + 99 - 19 + 102 = 280$
h	$125 - 45 + (33 + 17) - (55 - 25) = 125 - 45 + 33 + 17 - 55 + 25 = 100$
i	$(299 - 149) + (240 - 126) - 14 = 299 - 149 + 240 - 126 - 14 = 250$

5. Aufgabe – Rechne aus mit mindestens einem Zwischenschritt!

a	$256 + (225 - 120) + 198 = 256 + 105 + 198 = 559$
b	$130 + (300 - 17 + 47) - 60 = 130 + 330 - 60 = 400$
c	$(1020 - 880) + (200 - 99) = 140 + 101 = 241$
d	$2100 - (580 + 120) - 1000 = 2100 - 600 - 1000 = 500$
e	$170 + (230 - 190) - 190 = 170 + 40 - 190 = 20$
f	$505 - (205 - 195) + 77 = 505 - 10 + 77 = 572$
g	$398 - (199 - 191) + 202 = 398 - 8 + 202 = 592$
h	$1250 + 450 - (330 + 170) - 200 = 1700 - 500 - 200 = 1000$

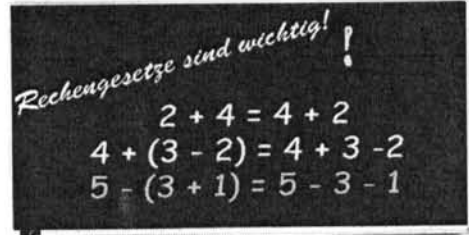
6. Aufgabe – Rechne aus mit mindestens einem Zwischenschritt!

a	$7098 - (3040 - 2710) + 122 - 240 =$ $7098 - 330 + 122 - 240 = 6650$
b	$199 + (299 - 178) - (420 - 219) + 11 = 199 + 121 - 201 + 11$ $= 130$
c	$2017 - (300 - 23) + (111 + 999) = 2017 - 277 + 1110$ $= 2850$
d	$290 + 11 - (290 - 275 + 185) + 230 = 301 - 200 + 230$ $= 331$

Clever vertauschen - Das Kommutativgesetz

1. Aufgabe

Du kennst bereits 4 Rechenoperationen.
Welche sind das? Verwende die neu gelernten Begriffe!
Trage zusätzlich das Rechenzeichen sowie ein Beispiel
in die Tabelle ein.



Rechenoperation	Rechenzeichen	Beispiel
Addition	+	$5 + 2 = 7$
Subtraktion	-	$5 - 2 = 3$
Multiplikation	·	$5 \cdot 2 = 10$
Division	:	$10 : 2 = 5$

Bei welchen Rechenoperationen können wir die Zahlen links und rechts von dem Rechenzeichen vertauschen und erhalten trotzdem das gleiche Ergebnis? Trage deine Beispiele von oben wieder ein, finde weitere, vertausche dann die Zahlen und notiere deine Feststellung!

Beispiel	Vertauschung der Zahlen	Ergebnis
$5 + 2 = 7$	$2 + 5 = 7$	✓
$5 - 2 = 3$	$2 - 5 = -3$	✗
$2 \cdot 5 = 10$	$5 \cdot 2 = 10$	✓
$10 : 2 = 5$	$2 : 10 = 0,2$	✗

Das Vertauschungsgesetz oder Kommutativgesetz

Bei der Addition und bei der Multiplikation dürfen wir die Rechenglieder beliebig **vertauschen**, ohne dass sich das Ergebnis ändert. Man sagt, **die Addition und die Multiplikation sind kommutativ**. Die **Subtraktion** und die **Division** sind **nicht kommutativ**!

Beispiele:

$6 + 3 + 5 = 3 + 5 + 6$	$8 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 8 \cdot 2$
$14 = 14$	$48 = 48$
Addition	Multiplikation

Als Regel mit Variablen (Platzhaltern) für 2 Zahlen a, b:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Das Kommutativgesetz

2. Aufgabe – Rechne möglichst clever durch vertauschen! Notiere Zwischenschritte!

a	$47 + 29 + 53 = 47 + 53 + 29 = 100 + 29 = 129$
b	$15 + 56 + 45 = 15 + 45 + 56 = 116$
c	$24 + 80 + 26 = 50 + 80 = 130$
d	$11 + 76 + 9 = 20 + 76 = 96$
e	$38 + 33 - 28 = 10 + 33 = 43$
f	$20 + 88 - 20 = 88$
g	$19 + 57 - 9 = 10 + 57 = 67$
h	$20 + (33 - 27) + 5 = 25 + 6 = 31$
i	$92 - (17 + 53) - 2 = 90 - 70 = 20$

3. Aufgabe – Rechne möglichst schnell und geschickt! Notiere Zwischenschritte!

a	$136 - 17 - 103 + 64 = 200 - 120 = 80$
b	$26 - 15 - 9 + 24 + 5 + 49 = 50 + 54 - 24 = 80$
c	$313 + 44 + 106 - 298 + 50 = 313 + 150 + 50 - 298 = 215$
d	$(35 + 16) + (26 - 17) = 35 + 16 + 26 - 17 = 60$
e	$(183 - 120) - (27 - 10 + 6) = 63 - 23 = 40$
f	$279 - (98 - 19) - (68 + 32) = 279 - 79 - 100 = 100$
g	$100 - (28 + 12) + 39 - 50 = 100 - 40 + 39 - 50 = 49$
h	$286 + 177 - 186 - 176 + 5 = 100 + 1 + 5 = 106$
i	$76 - 15 + 24 - 75 + 80 = 90$

Das Kommutativgesetz

4. Aufgabe – Noch mehr Aufgaben. Notiere Zwischenschritte!

a	$(35 + 16) + (15 + 44) = 50 + 60 = 110$
b	$(187 - 120) + (27 - 17 + 3) = 67 + 13 = 80$
c	$178 - (27 + 13) - (66 - 48) = 178 - 40 - 66 + 48 = 120$
d	$66 - (28 + 12) + 34 - 50 = 66 - 40 + 34 - 50 = 10$
e	$122 - 61 + 78 - 9 + 33 - 40 = 200 - 70 - 7 = 123$
f	$256 + 17 + 44 - 27 + 23 - 3 = 300 - 10 + 20 = 310$
g	$989 + (111 - 21) - 90 + 11 = 1100 - 21 - 90 + 11 = 1000$
h	$1001 - 786 + 89 - 24 + 10 = 1090 + 10 - 810 = 290$

5. Aufgabe – Berechne clever und fasse passende Werte zuerst zusammen!

a	$97 + 83 + 26 - 25 - 11 = 180 + 1 - 11 = 170$
b	$101 + 11 + 74 - 58 - 69 = 112 + 16 - 69 = 59$
c	$25 + 286 + 14 - 86 - 39 = 325 - 86 - 39 = 200$
d	$100 + 88 + 64 - 52 - 12 = 188$
e	$74 + 25 + 68 - 147 - 20 = 0$
f	$102 + 58 + 22 - 82 - 50 = 50$
g	$278 + 22 + 60 - 150 - 77 = 133$
h	$310 + 257 + 77 - 44 - 401 = 199$
i	$298 + 12 + 300 - 599 - 1 = 10$

Das Kommutativgesetz

6. Aufgabe – Berechne

a	$107 - 15 + 13 - 5 + 20 =$	120
b	$120 - 25 + 30 - 25 + 15 =$	120
c	$365 - 77 + 15 - 3 + 27 =$	327
d	$258 - 47 + 42 - 53 + 5 =$	205
e	$987 - 444 + 13 - 56 + 55 =$	555
f	$125 - 17 + 75 - 13 + 30 =$	200
g	$28 - 17 + 72 - 23 + 6 =$	66
h	$115 - 28 + 35 - 22 + 11 =$	111
i	$119 - 23 + 31 - 17 + 11 =$	121

7. Aufgabe – Berechne

a	$(34 - 17) + (28 - 33) =$	12
b	$127 - (37 - 25) + 25 =$	140
c	$366 - (250 + 47) - 66 =$	3
d	$104 - (74 + 18) + 28 =$	40
e	$990 - (230 - 39) + 21 =$	820
f	$(389 - 28 - 61) + (210 - 11 - 79) =$	$300 + 120 = 420$
g	$(66 + 32) - (210 - 198 - 11) =$	97
h	$(280 + 7) - (66 + 71) =$	150

Das Kommutativgesetz

Aufgabe 8 – Multipliziere clever durch vertauschen der Faktoren!

a	$25 \cdot 20 \cdot 4 \cdot 5 = 25 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 5 = 100 \cdot 100 = 10000$
b	$11 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 11 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 77 \cdot 10 = 770$
c	$12 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 125 = 8 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 12 = 1000 \cdot 48 = 48000$
d	$15 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 5 = 100 \cdot 45 = 4500$
e	$2 \cdot 20 \cdot 4 \cdot 8 = 8 \cdot 8 \cdot 20 = 64 \cdot 20 = 1280$
f	$25 \cdot 30 \cdot 4 \cdot 200 = 100 \cdot 200 \cdot 30 = 600000$
g	$5 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 6 = 20 \cdot 15 \cdot 6 = 300 \cdot 6 = 1800$
h	$3 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 25 = 100 \cdot 50 \cdot 24 = 5000 \cdot 24 = 120000$
i	$20 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 100 \cdot 144 = 14400$

9. Aufgabe – Stelle einen Rechenausdruck auf und rechne aus!

a	Addiere zur Zahl 37 die Summe der Zahlen 27, 33, 57 und subtrahiere hiervon 100.	$37 + (27 + 33 + 57) - 100$ $= 37 + 117 - 100$ $= 37 + 17 = 54$
b	Zur Differenz von 87 und 33 wird die Summe von 35 und 67 addiert.	$(87 - 33) + (35 + 67)$ $= 156$
c	Addiere die beiden Zahlen 94 und 87 und subtrahiere die Differenz der beiden Zahlen.	$(94 + 87) - (94 - 87)$ $= 174$

Das Assoziativgesetz - Klammern setzen

1. Aufgabe – Der Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation

Schreibe jede Aufgabe einmal als Summe und einmal als Produkt!

a		Summe: $3 + 3 + 3$
		Produkt: $3 \cdot 3$
b		Summe: $5 + 5$
		Produkt: $2 \cdot 5$
c		Summe: $4 + 4 + 4 + 4 + 4$
		Produkt: $5 \cdot 4$

2. Aufgabe – Der Zusammenhang zwischen Subtraktion und Division

Schreibe jede Aufgabe einmal als Differenz und einmal als Quotient!

a		Differenz: $9 - 3 - 3 - 3$
		Quotient: $9 : 3 = 3$
b		Differenz: $6 - 2 - 2 - 2$
		Quotient: $6 : 2 = 3$
c		Differenz: $8 - 4 - 4$
		Quotient: $8 : 4 = 2$

Das Assoziativgesetz - Klammern setzen

3. Aufgabe

a	Schreibe als Produkt und berechne erst dann!	
	$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5 = 15$	$11 + 11 + 11 = 3 \cdot 11 = 33$
	$7 + 7 + 7 + 7 = 4 \cdot 7 = 28$	$17 + 17 + 17 = 3 \cdot 17 = 51$

b	Notiere immer zwei mögliche Additionsformeln!	
	$5 \cdot 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$	
	$6 \cdot 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$	
	$3 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$	
	$4 \cdot 9 = 9 + 9 + 9 + 9 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$	

4. Aufgabe – Schreibe als Divisionsaufgabe

R = Rest

a	$36 - 12 - 12 - 12 = 0$	$36 : 12 = 3$	RO
b	$48 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 = 0$	$48 : 8 = 6$	RO
c	$35 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 = 0$	$35 : 7 = 5$	RO
d	$21 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$	$21 : 3 = 7$	RO
e	$27 - 9 - 9 - 9 = 0$	$27 : 9 = 3$	RO
f	$42 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 = 0$	$42 : 6 = 7$	RO
g	$27 - 9 - 9 - 9 = 0$	$27 : 9 = 3$	RO
h	$16 - 8 - 8 = 0$	$16 : 8 = 2$	RO

Das Assoziativgesetz - Klammern setzen

5. Aufgabe – Untersuche die folgenden Rechenausdrücke. Wie wirkt sich das Setzen einer Klammer aus?

a	$7 + 4 + 3 = 14$	$25 + 11 + 21 = 57$
	$(7 + 4) + 3 = 14$	$(25 + 11) + 21 = 57$
	$7 + (4 + 3) = 14$	$25 + (11 + 21) = 57$

Bei reinen Additionsaufgaben wirkt sich das Setzen von Klammern nicht aus. Man kann beliebig Klammern setzen.

b	$14 + 12 - 9 = 17$	$13 - 5 + 8 = 16$
	$(14 + 12) - 9 = 17$	$(13 - 5) + 8 = 16$
	$14 + (12 - 9) = 17$	$13 - (5 + 8) = 0$

Bei gemischten Additions- und Subtraktionsaufgaben wirkt sich das Setzen von Klammern aus. Man kann NICHT beliebig Klammern setzen.

c	$3 \cdot 6 \cdot 8 = 144$	$12 \cdot 3 \cdot 4 = 144$
	$(3 \cdot 6) \cdot 8 = 144$	$(12 \cdot 3) \cdot 4 = 144$
	$3 \cdot (6 \cdot 8) = 144$	$12 \cdot (3 \cdot 4) = 144$

Bei reinen Multiplikationsaufgaben wirkt sich das Setzen von Klammern nicht aus. Man kann beliebig Klammern setzen.

d	$24 : 6 \cdot 2 = 8$	$36 : 4 \cdot 3 = 27$
	$(24 : 6) \cdot 2 = 8$	$(36 : 4) \cdot 3 = 27$
	$24 : (6 \cdot 2) = 2$	$36 : (4 \cdot 3) = 3$

Bei gemischten Multiplikations- und Divisionsaufgaben wirkt sich das Setzen von Klammern aus. Man kann NICHT beliebig Klammern setzen.

Das Assoziativgesetz - Klammern setzen

Das Assoziativgesetz der Addition

Die **Addition** ist assoziativ, d.h. man kann die Addition von drei oder mehreren Summanden in beliebiger Reihenfolge ausführen, ohne dass sich das Ergebnis ändert. In unserem Fall heißt das, man darf beliebig Klammern setzen.

Die **Subtraktion** ist nicht assoziativ!

Beispiel:

$(18 + 4) + 9 = 18 + (4 + 9)$	$(18 - 4) + 9 \neq 18 - (4 + 9)$
$22 + 9 = 18 + 13$	$14 + 9 \neq 18 - 13$
$31 = 31$	$23 \neq 5$

Als Regel mit Variablen (Platzhaltern) für die 3 Zahlen a, b, c:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Das Assoziativgesetz der Multiplikation

Die **Multiplikation** ist assoziativ, d.h. man kann die Multiplikation von drei oder mehreren Faktoren in beliebiger Reihenfolge ausführen, ohne dass sich das Ergebnis ändert. In unserem Fall heißt das, man darf beliebig Klammern setzen.

Die **Division** ist nicht assoziativ!

Beispiel:

$(3 \cdot 6) \cdot 8 = 3 \cdot (6 \cdot 8)$	$(48 : 6) \cdot 2 \neq 48 : (6 \cdot 2)$
$18 \cdot 8 = 3 \cdot 48$	$8 \cdot 2 \neq 48 : 12$
$144 = 144$	$16 \neq 4$

Als Regel mit Variablen (Platzhaltern) für die 3 Zahlen a, b, c:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$