

Tangentengleichung am Graphen der Funktion $f(x)$ im Punkt $P(x_0/y_0)$ und Beispielaufgaben

Herleitung der Tangentengleichung

$$(1) \quad y = m \cdot x + n$$

Die allgemeine Geradengleichung (1) wird als bekannt vorausgesetzt, mit

$$(2) \quad m = f'(x_0) \quad : \text{Steigung}$$

$$(3) \quad n \quad : \text{y-Achsenabschnitt} \quad (\text{Je nach Buch, Bundesland oder Lehrer können anstelle von } n \text{ und } m \text{ andere Buchstaben verwendet werden. Das sollte jedoch nicht weiter stören!})$$

Gegeben sei ein Punkt $P(x_0/y_0)$ sowie die Steigung (Ableitung) an der Stelle x_0 mit

$$(4) \quad f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \right) .$$

Mit den Werten für den Punkt $P(x_0/y_0)$ erhält man nach Einsetzen in (1) $y = m \cdot x + n$

$$(5) \quad y_0 = f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + n .$$

Aufgelöst nach n folgt für die Steigung

$$(6) \quad n = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$$

(2) und (6) eingesetzt in (1) liefert uns:

$$(7) \quad y = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$$

Wir klammern $f'(x_0)$ aus. Dies führt zur allgemeinen Tangentengleichung

$$(8) \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) .$$

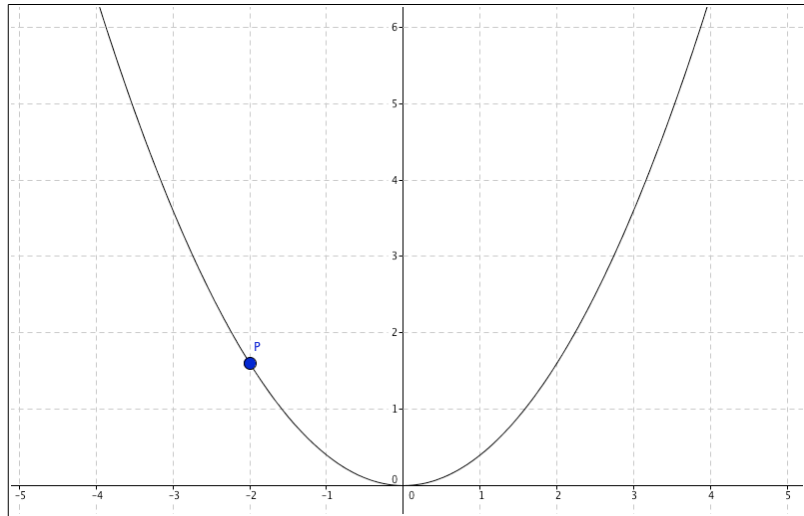
Oder alternativ in Funktionsschreibweise ($t(x)$ ist die Funktionsgleichung der Tangente!)

$$(9) \quad t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Beispielaufgabe zum Verständnis

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0,4 \cdot x^2$. Bestimme die Steigung im Punkt $P(-2/f(-2))$.
Wie lautet die Gleichung für die Tangente an $f(x)$, die durch den Punkt P verläuft?

Skizze mit Punkt $P(-2/1,6)$:



Lösung/Rechnung

Nur im Download-Bereich mit Benutzerzugang!

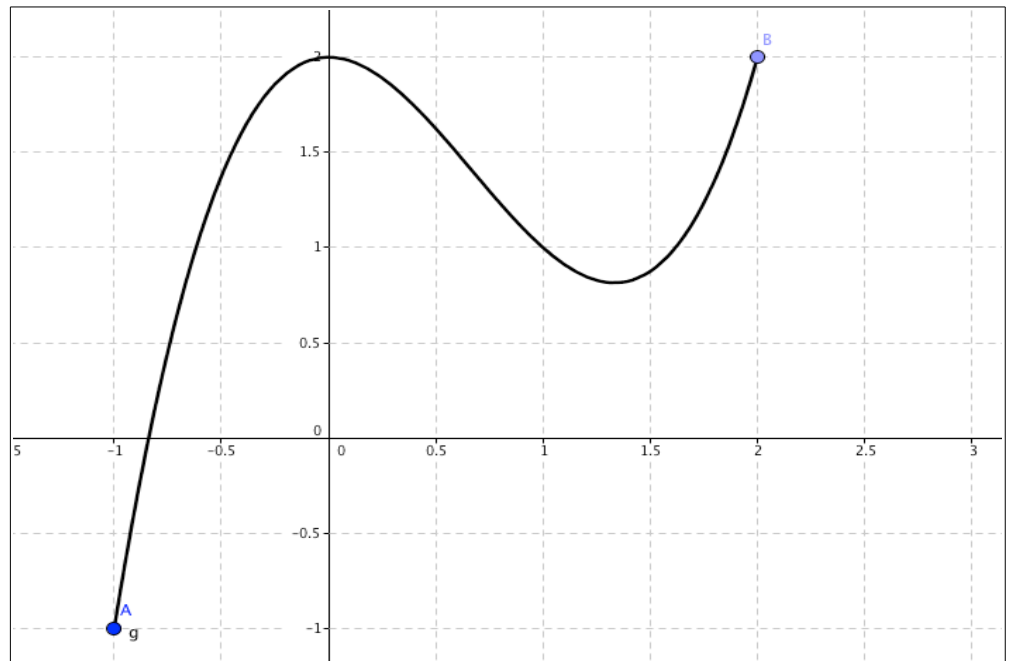
Aufgabe

Gegeben sei die Funktion

$$g(x) = x^3 - 2x^2 + 2$$

im Intervall von -1 bis 2.

(Siehe Bild!)



Die Funktion soll am Anfangspunkt A $(-1/ f(-1))$ und Endpunkt B $(2/ f(2))$ tangential mit einer Geraden verlängert werden. Bestimme hierzu die beiden Tangentengleichungen!

Lösung/Rechnung der Schüleraufgabe

Nur im Download-Bereich mit Benutzerzugang!